Es kann vorkommen, dass einmal eine sogenannte **Biquadratische** Gleichung auftritt. Das ist eine Gleichung, bei nur die geraden Exponenten 2 und 4 auftreten. Beispiel:

$$x^4-3x^2-4=0$$

Man ersetzt (substituiert) dann zunächst x^2 durch eine andere Variable, etwa k. Also:

$$x^2=k$$

Mit k statt x^2 wird dann die Gleichung zu:

$$k^2-3k-4=0$$

Dies ist eine einfache Quadratische Gleichung, die man mit der $p-q-$Formel lösen kann:

$$k_{1/2}=\frac{3}{2}\pm\sqrt{\frac{9}{4}+4}$$
$$k_{1/2}=\frac{3}{2}\pm\frac{5}{2}$$
$$k_1=4 \qquad k_2=-1$$

Nun kann man die Substitution wieder rückgängig machen. Dabei entstehen jeweils **zwei** Lösungen, also:

$$x_{1/2}^2=k_1 \qquad x_{3/4}^2=k_2$$
$$x_{1/2}^2=4 \qquad x_{3/4}^2=-1$$

Man zieht jeweils die positive und negative Wurzel und erhält im Prinzip 4 Lösungen:

$$x_1=+2 \qquad x_3=+\sqrt{-1}$$
$$x_2=-2 \qquad x_4=-\sqrt{-1}$$

In diesem Beispiel müssen allerdings die Lösungen x_3 und x_4 entfallen, weil der Radikant negativ ist. Es bleiben also die Lösungen $x_1=2$ und $x_2=-2$ als Lösungen der ursprünglichen Gleichung.

Das gleiche Prinzip ist natürlich auch möglich, wenn die vorkommenden Exponenten nicht 2 und 4 sondern andere Vielfache von 1 und 2 sind, also beispielsweise 3 und 6 oder 4 und 8 oder auch 0,5 und 1. Beispiele:

$$x^6-7x^3-8=0 \qquad x^8-82x^4+81=0 \qquad x-5\sqrt{x}-6=0$$

Entsprechend wird dann substituiert:

$$k=x^3 \qquad k=x^4 \qquad k=\sqrt{x}$$